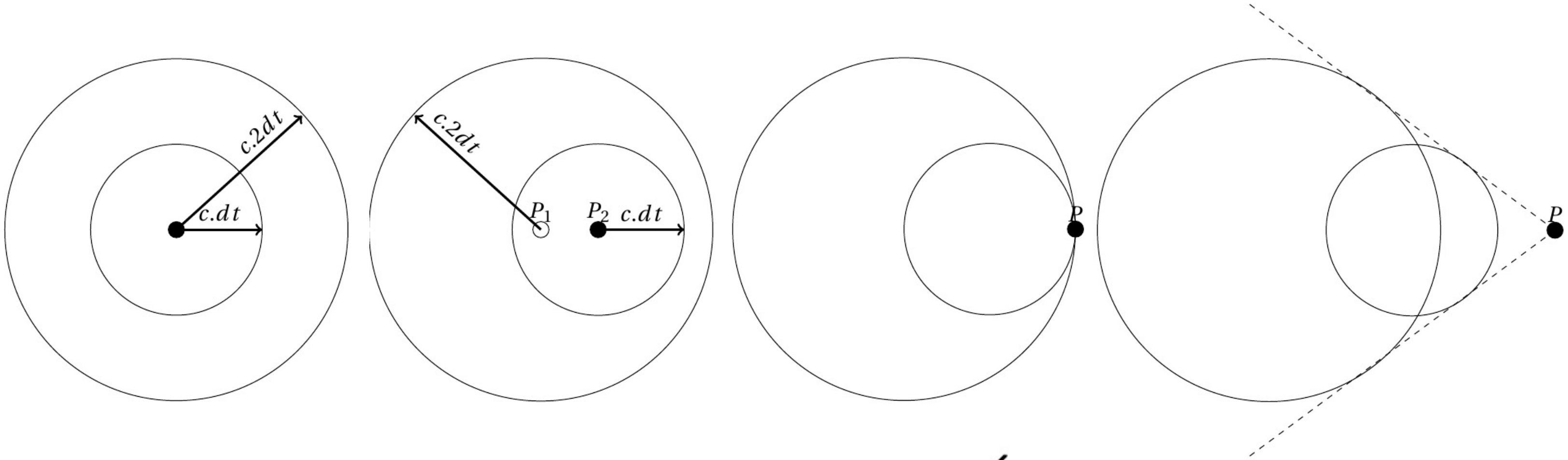
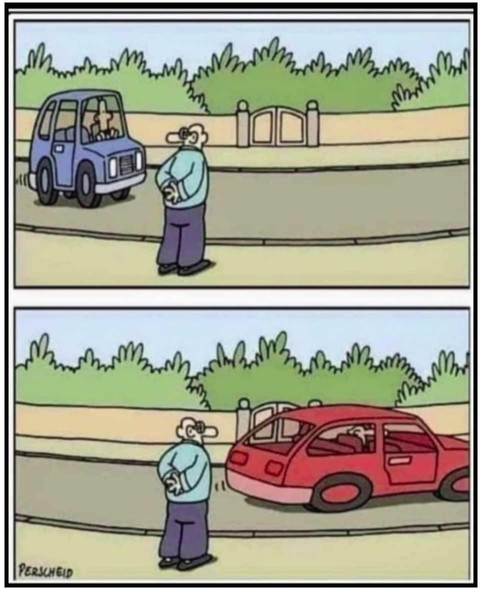
Escoamentos Compressíveis
Velocidade do Som





(1)	(2)
c	$c+dc$
P	$P+dP$
ρ	$\rho+d\rho$
T	$T+dT$

www.cienciastermicas.com

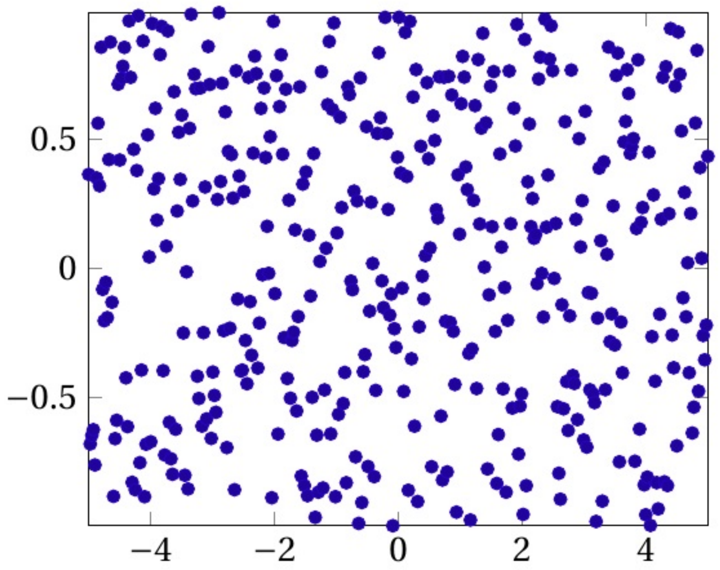
Objetivo

A velocidade do som

Definição

Relação pressão-massa específica

Velocidade do som em gases

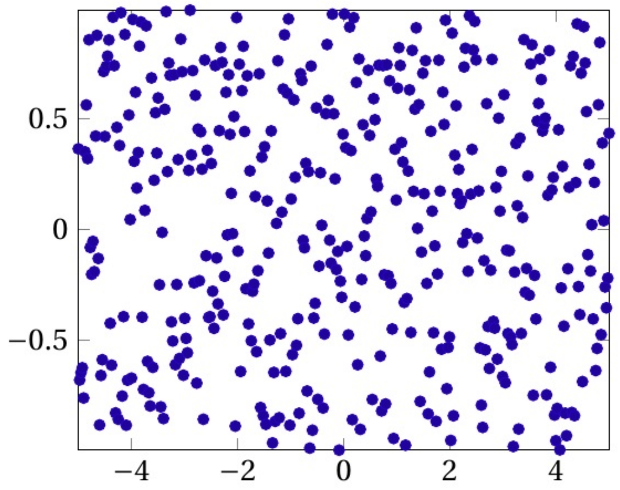


A velocidade do som

Parâmetro fundamental para teoria de escoamentos compressíveis

Número de Mach: $M = \frac{V}{c}$

parâmetro mais importante na teoria de escoamentos compressíveis
(Liepmann & Roshko)



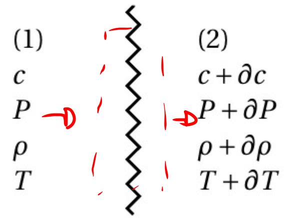
Velocidade com que pequenas perturbações são propagadas no fluido compressível

As perturbações produzidas no fluido pela onda sonora (mais precisamente os gradientes de temperatura e velocidade) são muito pequenas: desprezar efeitos dissipativos: viscosos e transferência de calor

Considera-se processo isoentrópico
Onda de som é por definição uma onda fraca
Se as mudanças através da onda são "fortes" ocorre uma onda de choque (que se propaga mais rápida do que a velocidade do som)

A velocidade do som (c) para um gás perfeito é uma das propriedades mais importantes no estudo de escoamentos compressíveis.

Consideremos que a onda de som se move à velocidade c no gás. Vamos nos fixar na frente de onda e nos movimentarmos com ela.



Frente de onda

Equação da Continuidade

$$\rho_1 \cdot V_1 \cdot \cancel{A_1} = \rho_2 V_2 \cdot \cancel{A_2}$$

$$\rho \cdot c = (\rho + \partial\rho)(c + \partial c)$$

$$\cancel{\rho \cdot c} = \cancel{\rho \cdot c} + \rho\,\partial c + c\,\partial\rho + \cancel{\partial\rho\,\partial c} \sim 0 \quad 2^{a}\ \text{ordem}$$

$$\boxed{c = -\rho \frac{\partial c}{\partial \rho}}$$

$$\rho\,\partial c + c\,\partial\rho = 0$$

$$\boxed{c = -\rho \frac{dc}{d\rho}}$$

Equação do Momento

$$P_1 + \rho_1 V_1^2 = P_2 + \rho_2 V_2^2$$

$$P + \rho . C^2 = (P + \partial P) + (\rho + \partial \rho)(C + \partial C)^2$$

$$P + \rho C^2 = P + dP + (\rho + \partial \rho)(C^2 + 2 . C . \partial C + \partial C^2)$$

$$\cancel{P} + \cancel{\rho C^2} = \cancel{P} + dP + \cancel{\rho C^2} + 2 . C \rho \, \partial C + \underbrace{\cancel{\rho \, \partial C^2}}_{\sim 0} + C^2 \partial \rho + \underbrace{\cancel{\partial C \, \partial \rho}}_{\sim 0} \partial C + \underbrace{\cancel{\partial \rho \, \partial C^2}}_{\sim 0}$$

$$\partial P + 2 C . \rho \, \partial C + C^2 \partial \rho = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} + 2 C \rho \frac{\partial C}{\partial \rho} + C^2 = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial C}{\partial \rho} = - \frac{\left[\frac{\partial P}{\partial \rho} + C^2 \right]}{2 . C . \rho}}$$

$$\boxed{C = -\rho \frac{\partial C}{\partial \rho}}$$

$$C = -\rho \frac{\partial c}{\partial \rho}$$

$$\frac{\partial c}{\partial \rho} = - \frac{\left[\frac{\partial P}{\partial \rho} + c^2 \right]}{2 c \rho}$$

$$C = + \cancel{\rho} \frac{\left[\frac{\partial P}{\partial \rho} + C^2 \right]}{2 \cdot C \cdot \cancel{\rho}}$$

$$2c^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho} + C^2$$

$$C^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho} \Rightarrow \boxed{C^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s}$$

Equações Isoentrópicas para gases ideais

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{1-k} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{1-k} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{k-1}$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{k-1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{\cancel{(k-1)}\frac{k}{\cancel{k-1}}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{k}$$

$$\boxed{\frac{P_2}{\rho_2^{k}} = \frac{P_1}{\rho_1^{k}} = \frac{P}{\rho^{k}} = \text{constante}}$$

$$c^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s$$

$$P = \text{constante} \cdot \rho^k$$

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = k \cdot \text{constante} \cdot \rho^{k-1}$$

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = k \cdot \frac{P}{\cancel{\rho^k}} \cdot \frac{\cancel{\rho^k}}{\rho} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{kP}{\rho}$$

$$\boxed{c^2 = \frac{kP}{\rho}}$$

$$c^2 = \frac{kP}{\rho}$$

$$P = \rho R T \Rightarrow \frac{P}{\rho} = R.T$$

$$\boxed{c^2 = k.R.T}$$

T → temperatura em kelvin

$R = \frac{\bar{R}}{M} \Rightarrow R_{AR} = 287 \frac{J}{kg\,K}$

$k = \frac{c_p}{c_v}$